

# Quelques calculs de force-choc

Pierre Boudinet      Denis Langlois

15 août 2006



# Chapitre 1

## Force choc

L'objectif de ce chapitre est de rappeler, dans un premier temps, les hypothèses de calcul puis de proposer des exemples de calcul de la force choc exercée sur la corde lors d'une rupture d'amarrage et ce dans différentes configurations.

### 1.1 Exorde

#### 1.1.1 Problématique

Même en l'absence de mou, la rupture d'un amarrage crée un très léger choc dû à l'élasticité du matériel. Dans différentes configurations (fractionnement, main-courante) il peut être intéressant d'évaluer la force correspondante et de la comparer au poids du spéléologue qui évolue sur l'équipement. Si le rapport est important, on peut suspecter un danger de rupture d'amarrage ou d'agrès lorsqu'il est "léger" (corde de Ø7mm, dyneema).

#### 1.1.2 Modélisation

Le "mou" du corps du spéléologue, des nœuds qui se serrent, l'élasticité du baudrier et des longes constituent une absorption d'énergie qui va dans le sens de la sécurité (dans quelle proportion?). Cela est négligé, de même que tout frottement interne à la corde. Cette dernière est assimilée à un élément élastique de longueur au repos  $l_0$  et de raideur  $k$  d'autant plus importante qu'elle est courte :

$$k = \alpha/l_0 \tag{1.1}$$

Les notices donnent souvent un allongement (relatif, en %) sous une charge  $P$  de 80 ou 100 daN. Si on note  $a$  cette quantité, on a donc :

$$P = k(l - l_0) = \alpha \frac{(l - l_0)}{l_0} \tag{1.2}$$

et  $a = (l - l_0)/l_0$  d'où  $\alpha = P/a$

## 1.2 Choc subi en cas de rupture au niveau du fractionnement

On suppose qu'on est en train d'équiper : on est longé à un amarrage encore non doublé et relié (descendeur) à une corde détendue (le poids du spéléo repose sur l'amarrage) mais sans mou.

L'amarrage casse, il y a une chute d'une hauteur  $h$  non nulle, l'énergie potentielle de pesanteur se convertit en énergie cinétique lorsque le spéléologue tombe, puis en énergie potentielle élastique lorsque la corde se tend. On note  $m$  la masse du spéléologue (poids  $mg$ ) et  $F$  la force subie par la corde au moment du choc (longueur  $l = l_0 + h$ ).

$$F = k(l - l_0) = kh \quad (1.3)$$

$$1/2k(l - l_0)^2 = mgh \quad (1.4)$$

d'où  $F = 2mg$ . La force choc subie est le double du poids du spéléologue, cela indépendamment de la nature de l'agrès (de la valeur de  $k$ ,  $a$  ou  $\alpha$ ).

## 1.3 Choc subi en cas de rupture d'un amarrage en milieu de main-courante

On suppose qu'on est en train de progresser sur une main-courante déjà posé. L'amarrage auquel le spéléologue est longé se rompt.

Il y a toujours une chute de hauteur  $h$  (mais  $h \neq l - l_0$ ). La force subie par le spéléologue et celle subie par l'agrès ont des directions différentes et des valeurs différentes (on note  $F$  pour la corde et  $F'$  pour le spéléologue).

$$2 * 1/2k(l - l_0)^2 = mgh \quad (1.5)$$

$$l^2 = l_0^2 + h^2 \quad (1.6)$$

Si on note  $l = l_0(1 + \epsilon)$  avec  $\epsilon \ll 1$ , on obtient  $h = l_0\sqrt{2\epsilon}$  (triangle).

Puis,

$$kl_0^2\epsilon^2 = mgl_0\sqrt{2\epsilon} \quad (\text{énergie}) \quad (1.7)$$

$$\epsilon = \left( \frac{\sqrt{2}mg}{kl_0} \right)^{2/3} \quad (1.8)$$

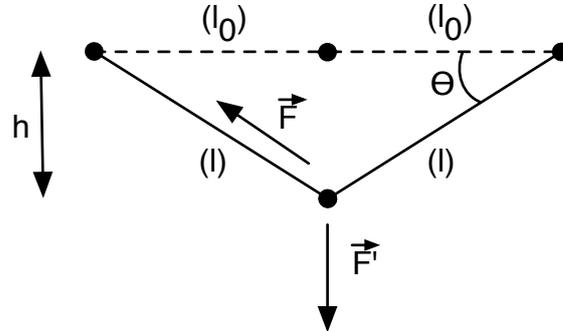


FIG. 1.1 – Schéma des forces

Avec  $\epsilon$ , on accède à  $F = k(l - l_0) = k\epsilon l_0$

$$F = (mg)^{2/3} (kl_0)^{1/3} (\sqrt{2})^{2/3} \quad (1.9)$$

Ce qui est pertinent, c'est le rapport  $\frac{F}{mg}$

$$\frac{F}{mg} = \left( \frac{kl_0}{mg} \right)^{1/3} 2^{1/3} \quad (1.10)$$

$$\frac{F}{mg} = \left( \frac{2kl_0}{mg} \right)^{1/3} \quad (1.11)$$

$$\frac{F}{mg} = \left( \frac{2P/a}{mg} \right)^{1/3} \quad (1.12)$$

Si l'on suppose que  $P$  (notice fabricant et normes) et  $mg$  ont même valeur, on obtient :

$$\frac{F}{mg} = (2/a)^{1/3} \quad (1.13)$$

Ce résultat est notablement différent du cas d'une rupture de fractionnement en cours d'installation car :

- $\frac{F}{mg}$  n'est pas indépendant de la nature du matériau.
- plus  $a$  est faible, plus  $\frac{F}{mg}$  est élevé. Avec une corde assez dynamique ( $a = 0.1$ ), on trouve  $F/mg = 2.7$ . Avec une corde plus statique ( $a = 0.03$ ), on trouve  $F/mg = 4.05$ , Avec un matériau très statique ( $a = 510^{-3}$  pour du dyneema), on trouverait  $F/mg = 7.36$ .

Un spéléologue tout habillé et plein de kits fait un poids d'environ 100daN, sa chute –éventuellement accentuée si sa longe n'était pas tendue– génère une force-choc pouvant atteindre 800daN pour chacun des brins du matériau statique.

$F$  est bien la force subie par le matériau, la force subie par le spéléologue est  $F'$ , beaucoup plus faible et pouvant donner une illusion de sécurité.

## 1.4 Conclusion

Lors d'une pratique en collectivité, outre le risque probabiliste de rupture d'amarrage se rajoute l'usure systématique des cordes, alors que sur main-courante on progresse (en principe) d'amarrage en amarrage. Cela donc peut justifier d'employer une corde plus grosse pour la verticale que pour la main-courante.

Mais dans le cas d'une pratique en solo, avec des matériaux très légers, si je ne disposais que d'une corde de 8mm et d'une de 7mm, j'utiliserais la 7mm pour équiper ce qui est vertical et la 8mm pour une main-courante plutôt que l'inverse.

La contrainte exercée sur une dyneema lors d'une rupture d'amarrage en milieu de main-courante est sans doute plus importante que la contrainte exercée sur le brin en dyneema d'un amarrage double lorsqu'un des côtés vient à lâcher. Ce dernier cas est calculable, dans la pire opportunité (2 brins à l'horizontale), on trouve  $F/mg = 3$  et pour des brins à  $120^\circ$  en triangle équilatéral,  $F/mg = 2$  comme pour la rupture de fractionnement en cours d'équipement.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Force choc</b>	<b>3</b>
1.1	Exorde . . . . .	3
1.1.1	Problématique . . . . .	3
1.1.2	Modélisation . . . . .	3
1.2	Choc subi en cas de rupture au niveau du fractionnement . .	4
1.3	Choc subi en cas de rupture d'un amarrage en milieu de main- courante . . . . .	4
1.4	Conclusion . . . . .	6